

High-precision frequency measurements in the THz spectral region using an  
unstabilized femtosecond laser

「非安定化フェムト秒レーザーを用いたテラヘルツ領域での高精度周波数測定」

Heiko Füsler, Rolf Judaschke, and Mark Bieler

Applied Physics Letters **99**,121111(2011)

**Abstract**

In this paper, the authors performed high-precision frequency measurements in the THz frequency range using an unstabilized femtosecond laser. A simple software-based algorithm consisting of only three main steps is used to correct the beating signal for fluctuations of the laser repetition rate. Using this technique, they demonstrated an accuracy of our measurement device as high as  $(9\pm 3) \cdot 10^{-14}$  for the measurement of a 100 GHz source.

**1. イントロダクション**

この 10 年間でテラヘルツ技術は大幅に進歩し、さまざまな分野で使われている。特に、通信技術で 100GHz を超える周波数領域が最近注目を浴びている。そして開発促進のために、周波数測定システムは広い周波数範囲において高精度な測定が可能で、使いやすく、安価である必要がある。

これまで用いられてきた手法には干渉計測や、ヘテロダイン検出法があった。干渉計測とは、図 1(a)のように配置されたミラーで干渉縞を検出し、この干渉縞を既知周波数をもつ周波数安定化レーザー光源などと比較して周波数を測定する手法である。またヘテロダイン検出法とは、図 1 (b)に示すように被測定波と局部発振器からの LO 信号をミキシングし、発生したビート信号から周波数を求める手法である。しかし、干渉計測は周波数精度に制限があり、検出器の熱揺らぎを抑制するため極低温冷却が必要で、ヘテロダイン検出法は、熱雑音を抑制するためミキサに冷却装置が必要といった問題があった。

そこで十分確立された光周波数コム<sup>[1][2]</sup>をベースに、自由空間テラヘルツ放射の測定技術が導入された。THz コムを用いた CW-THz 絶対周波数測定では、被測定 CW-THz 波の検出器兼ミキサとして光伝導アンテナ(PCA)を用いている。これにより室温環境下での高感度・広帯域のスペクトル感度を可能にし、テラヘルツ周波数範囲で  $2.8 \times 10^{-11}$  の周波数精度を達成した。<sup>[3][4][5]</sup>

本稿では、非安定化周波数コムを使って自由空間テラヘルツ放射の高精度周波数測定を行う。さらに、レーザーの繰り返し周波数変動を測定することにより、変動しているテラヘルツ測定値を補正して、 $9 \times 10^{-14}$  の周波数精度を達成する。さらに、ソフトウェアベースの補正アルゴリズムは入力信号について高い柔軟性を提供し、さまざまなデバイス(周波数

カウンタ・スペクトラムアナライザ・ミキサ・フェーズロックループ)を必要とするデータ解析のための汎用ツールとして機能する。

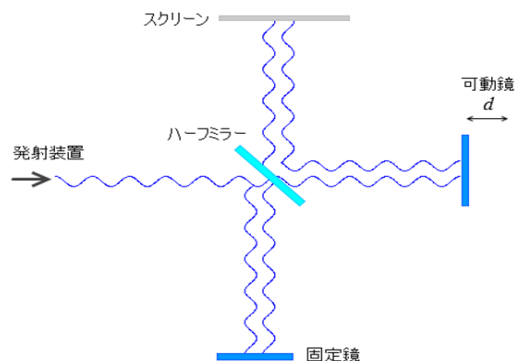


図 1(a) 干渉計測

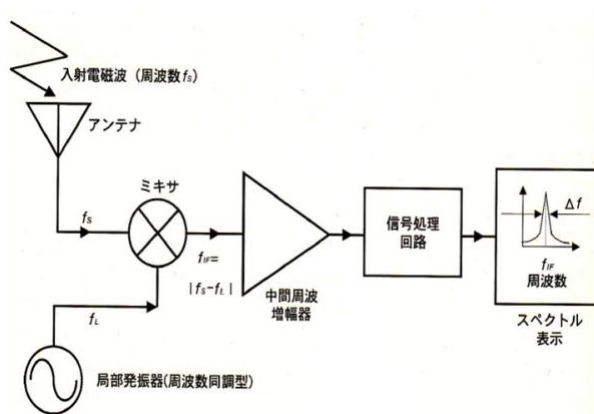


図 1(b) ヘテロダイン検出法

## 2. 実験装置

セットアップは図 2(a)に示す。非安定化 Ti:Sa レーザー(繰り返し周波数  $f_{\text{rep}} \sim 76\text{MHz}$ 、パルス幅  $100\text{fs}$ 、中心波長  $810\text{nm}$ 、スペクトル幅  $20\text{nm}$ )は、光周波数コム生成のため使われる。平均出力  $10\text{mW}$  の光線は、ボウタイ型光伝導アンテナのコンタクトパッド(低温成長 GaAs、励起ギャップ  $6 \times 6 \mu\text{m}^2$ )に集光される。光コムは、自由キャリアの生成により PCA(光伝導アンテナ)中で整流される。このオフセットフリー周波数コムは DC から約  $3.5\text{THz}$  の周波数範囲をカバーする。

このテラヘルツコムは入力テラヘルツ波のための検出器及びミキサとして動作する。PCA(光伝導アンテナ)のコンタクトパッド間の電流が、隣接するコムラインと電磁波のビート信号の結果として誘起される。増幅後(バンド幅  $40\text{MHz}$ 、トランスインピーダンスゲイン  $10^5\text{V/A}$ )、電流は A/D コンバータ(分解能  $14\text{bit}$ 、サンプリング周波数  $10\text{MHz}$ )で検出される。測定したビート信号の最低周波数成分は、入力 CW-THz 波と最も近い  $m$  番目のコムライン間の周波数差により与えられる  $[f_{b,\text{THz}} = |m \cdot f_{\text{rep}} - f_{\text{THz}}|]$ 。実験では、自由空間 CW テラヘルツ放射は  $f_{\text{THz}} = 100.02\text{GHz}$  の出力周波数にセットしたアクティブ周波数倍率器チェーン(乗算係数  $6$ 、出力  $\sim 10\text{dBm}$ )により生成される。

$f_{b,\text{THz}}$  と  $f_{b,\text{rep}}$  測定用に共通の時間ベースを与えるため、 $10\text{MHz}$  水晶発振器が使われる。これによりソースと検出器は同じリファレンスに同調され、基準周波数の変動は打ち消されるだろう。

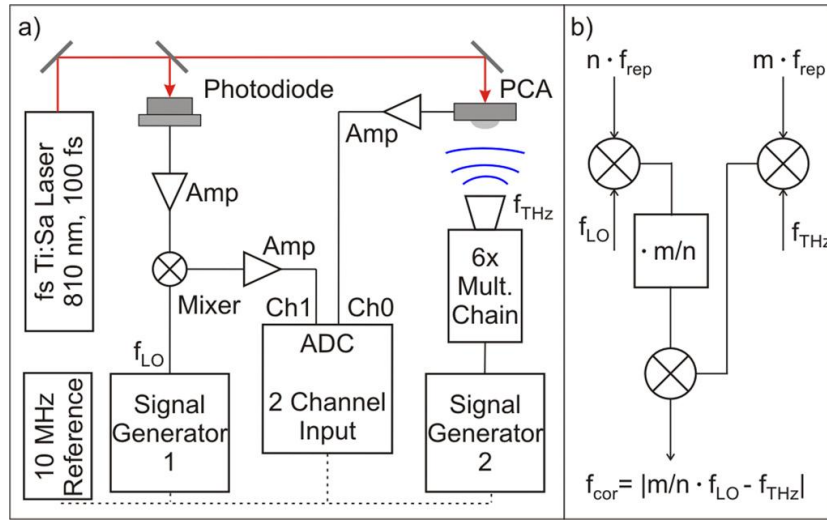


図 2(a) THz 測定セットアップ

図 2(b) 転送概念の原理

### 3. 実験原理

非安定なレーザーシステムにおいて、レーザーの共振器長は熱効果が原因で変化する。また、レーザーの繰り返し周波数の変動も引き起こす。これは、 $f_{b,THz}$  の測定に強い影響を及ぼす。通常、この問題は周波数コムを安定化することにより除去される。しかし、周波数測定のため非安定な周波数コムも使うことが可能であり、独立的に測定された繰り返し周波数変動による測定値を補正することも可能である。この方法により周波数コムは局部発振器の周波数精度を他の周波数範囲へ移す。したがって、転送概念と呼ばれる<sup>[6]</sup>。転送概念はもともとソフトウェアベースの補正アルゴリズムの構築のための光周波数測定のため示された。そして、それはテラヘルツ周波数の高精度測定にも適用できる。レーザーの繰り返し周波数の測定のため、高速フォトダイオードを用いた光コムを整流する。フォトダイオード信号の  $n$  番目のコムラインは局部発振器とミキシングされる(周波数  $f_{LO}$ 、最も低い周波数のビート信号  $f_{b,rep} = |n \cdot f_{rep} - f_{LO}|$ )。  $f_{b,rep}$  の信号を検出するため、同じ 2 チャンネルの ADC( $f_{b,THz}$  の測定のため用いられる)を使う。  $f_{rep}$  の変動によるテラヘルツビート信号を補正するため、  $m/n$  と  $f_{b,rep}$  の周波数を乗算し、テラヘルツビート信号  $f_{b,THz}$  とこの信号をミックスする必要がある。このミキシング過程の差周波数は

$$f_{cor} = |m/n \cdot f_{b,rep} \otimes f_{b,THz}| = |m/n \cdot f_{LO} - f_{THz}| \quad (1)$$

より与えられ、レーザーの繰り返し周波数は相殺される。

#### 4. 実験結果

図 4(a)で、ビート  $f_{b,rep}$  の正規化スペクトルパワー ( $f_{rep}$  の第 46 高調波と周波数  $f_{L0}=3.4961\text{GHz}$  にセットした局部発振器の間)が示されている。スペクトラムは 10 秒時間領域測定から得られる。ビート信号のガウス近似は中心周波数 114964Hz と半値全幅 (FWHM)21Hz を示す。測定時間 10 秒における繰り返し周波数の変化は、既知の瞬間周波数の概念を使用し可視化される。まず、ヒルベルト変換を用いた測定データの複素表示  $z(t)$  を生成する。ヒルベルト変換とは、振幅を一定にしたまま位相を  $\pi/2$  遅らせる変換であり、振幅や周波数などの時系列の瞬間的な特性を計算するのに役立つ。ここでビート信号  $f(t)$  をヒルベルト変換した信号を  $g(t)$  とおく。そして  $f(t)$  を実部、 $g(t)$  を虚部とすると複素時間領域信号(解析信号)は以下のように表せる。

$$z(t) = f(t) + ig(t) \quad (2)$$

これら 2 つの構成要素は 10 秒の時間トレースの最初の  $50\mu\text{s}$  における図 4(b)に示される。

そして、位相  $\arg[z(t)]=\tan^{-1}\left(\frac{\text{ヒルベルト変換後の信号}}{\text{ビート信号}}\right) = \tan^{-1}\left[\frac{g(t)}{f(t)}\right]$  が図 3 より分かり、ビート信号の瞬間周波数  $f_{i,beat}=1/(2\pi)d\arg[z(t)]/dt$  は求められる。その後、繰り返し周波数の瞬間周波数( $f_{i,rep}=|f_{i,beat}-f_{L0}|/n$ )も簡単に求めることが出来る。 $f_{i,rep}$  の偏差は、10 秒間の測定から得られる平均値を用いて算出し、最初の 0.1 秒間を図 4(c)に示す。観察された速い変動はモードロック Ti:S レーザーの様々な技術的かつ基本的なノイズ源の結果である。

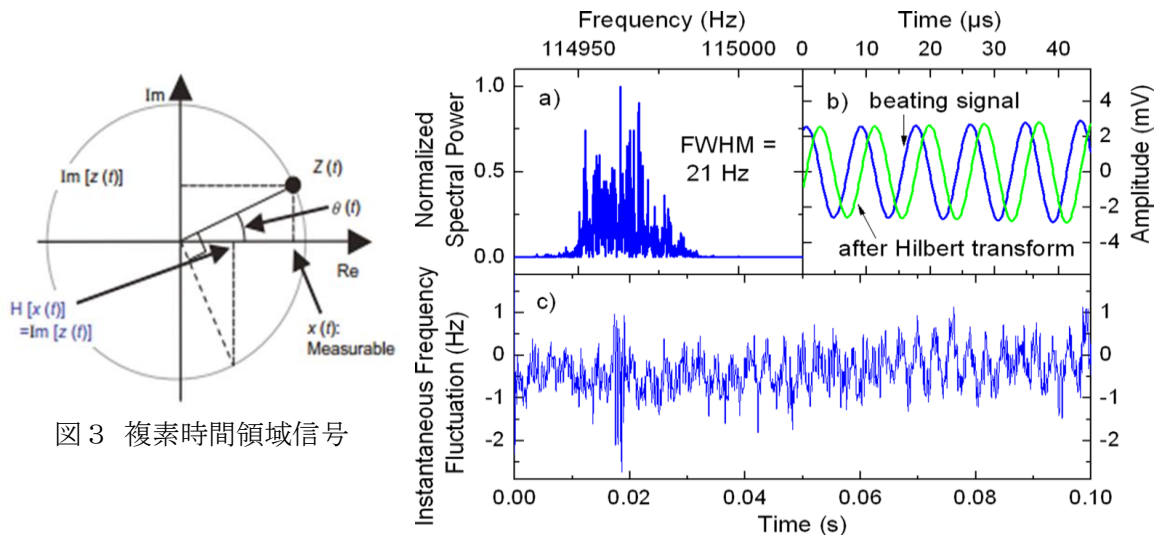


図 3 複素時間領域信号

図 4(a) 10 秒間以上測定された繰り返し周波数の第 46 高調波のフーリエ変換

図 4(b)  $50\mu\text{s}$  の時間領域トレース(ビート信号)とヒルベルト変換した信号

図 4(c) 10 秒間測定された平均値から最初の 100ms 以内での繰り返し周波数の瞬間周波数の偏差

自由空間テラヘルツ信号の測定で、繰り返し周波数変動はビート周波数の大幅な変化を導く。これは図 6(a)と 6(b)で示されている(2つの信号はテラヘルツ信号 100.02GHz とテラヘルツ周波数コム の 1316 番目のコムラインの間でビートが生じるように設定されている)。また、プロットは約1分の時間遅延で測定された2つの10秒時間トレースの正規化パワースペクトルを示す。高次のコムモードのため、繰り返し周波数変動の影響は  $f_{Lo}$  と測定したビート信号の広がり の結果を用いた混合過程よりさらに支配的である。

繰り返し周波数変動によるテラヘルツビート信号の補正のために、3つのステップからなる単純なソフトウェアベースのアルゴリズムを設計した(図 5)。これらの3つのステップに加えて、測定信号は実験セットアップのため、他の固有ノイズ信号と同様に高次ミキシング積算を抑制するための Gaussian フィルター(幅 > 20kHz)で周波数フィルターされる。

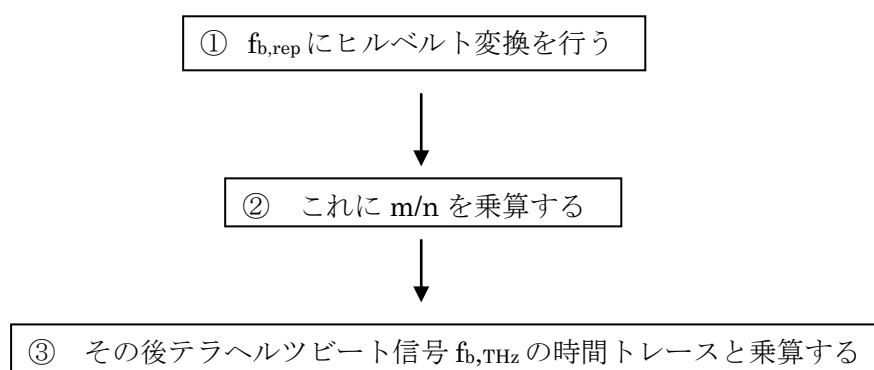


図 5 ソフトウェアベースのアルゴリズム

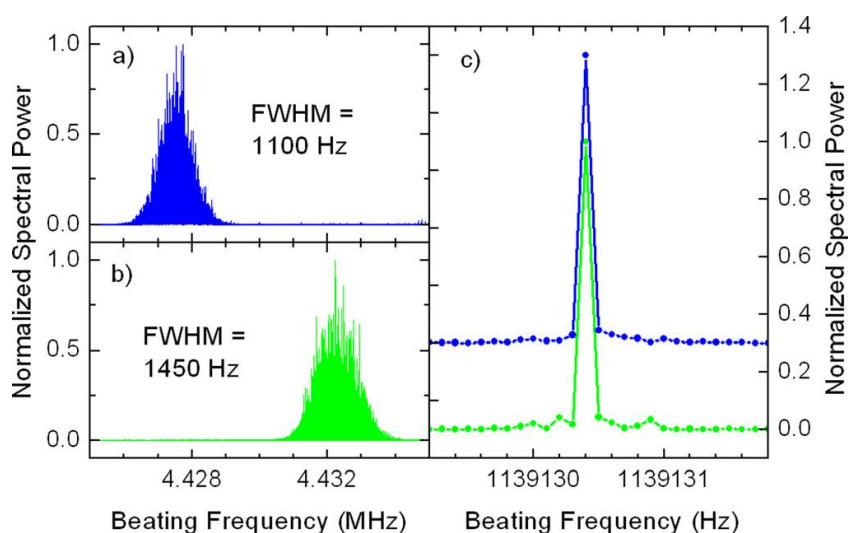


図 6(a)、図 6(b) 2つの測定された THz ビート信号のフーリエ変換

図 6(c) 制限された半値全幅(0.1Hz の周波数間隔)の分解能を用いた補正ビート信号(明確にするため、1つの信号は垂直にシフトした)

補正過程は図 6(a)と 6(b)で示されるデータで適用される。この手順の結果は図 6(c)にプロットされ、補正テラヘルツビート信号の正規化パワースペクトルを示している。図 7 は図 6(c)の上側曲線の片対数スケールのプロットを示す。図 6(c)で、両方のプロットされた信号の時間トレースを分析すると、ソフトウェアベースの周波数カウンタは 1139130.434Hz と 1139130.399Hz のビート周波数となった。それらの値と式 (1) より、 $f_{\text{THz}}=100,019,999,999.999\text{Hz}$  と  $f_{\text{THz}}=100,019,999,999.964\text{Hz}$  を得る。100.02GHz の設定値から、それぞれ-0.001Hz と-0.036Hz の偏差を得る。22 個の測定値(図 7 の挿入図を見て)の統計分析から  $(-0.009 \pm 0.003)\text{Hz}$  の平均周波数偏差を得る。これは、 $(9 \pm 3) \cdot 10^{-14}$  の測定デバイスの相対的精度(局部発振器  $f_{\text{LO}}$  のノイズ特性やソフトウェア補正アルゴリズムにより限定される)をもたらす。

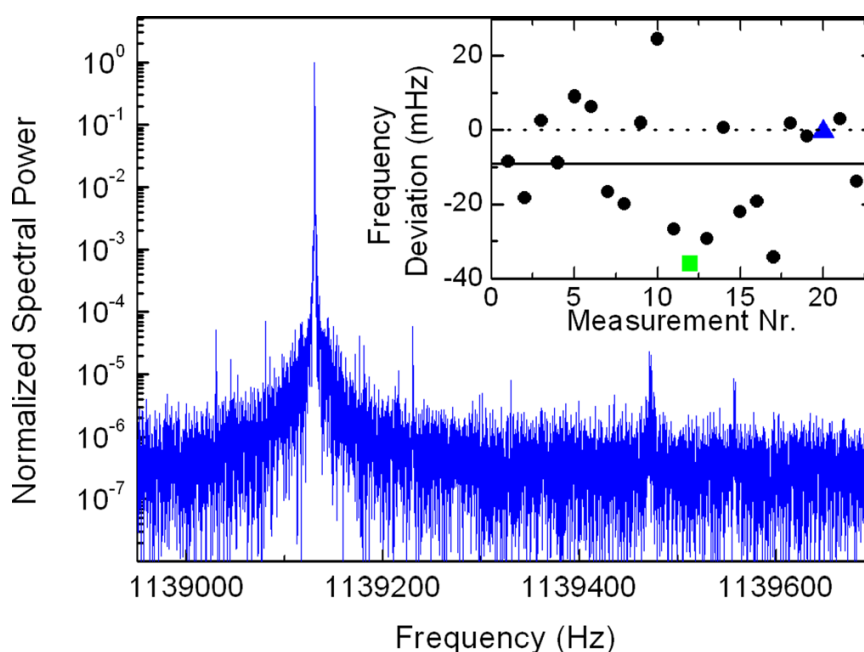


図 7 図 6(c)上側の曲線に示された補正ビート信号の片対数プロット(挿入図は 22 個の測定値のための調節と 100.02GHz の測定周波数間の周波数偏差を示す。結果では、-0.009Hz が黒線によって表されている。挿入図中の三角と四角は図 6 に示されたデータで上、下に対応する)

## 5. 結論

移送発振器として非安定化フェムト秒レーザーを用いた高精度 CW テラヘルツ測定のためのデバイスを作成した。繰り返し周波数が変動するので測定テラヘルツ信号を補正しなければならない。よって、単純で適応性のあるアルゴリズム(デジタル信号手順を基にした)が使われる。この方法(倍数ピークの計測や複雑なスペクトル曲線に使われる)で、 $9 \times 10^{-14}$  の測定精度が達成できた。

## 6. コメント

安定化したレーザーとスペクトラムアナライザーを用いて周波数を測定するよりも、不安定なレーザーでも特殊なアルゴリズムを用いれば、繰り返し周波数が変動しても高精度になることが本稿でわかった。これを自分でも試しながら不安定なレーザーでも高精度に周波数を測定していきたい。

## 7. 参考文献

- [1]T. Udem, R. Holzwarth, and T. W. Hänsch, Nature (London) **416**, 233-237(2002).
- [2]S. A. Diddams, D. J. Jones, J. Ye, S. T. Cundiff, J. L. Hall, Jk. Ranka, R.S. Windeler, R. Holzwarth, T. Udem, and T. W. Hansch, Phys. Rev. Lett.**84**, 5102-5105 (2000).
- [3]S. Yokoyama, R. Nakamura, M. Nose, T. Araki, and T. Yasui, Opt.Express **16**, 13052-13061 (2008).
- [4]T. Yasui, R. Nakamura, K. Kawamoto, A. Ihara, Y. Fujimoto, S.Yokoyama, H. Inaba, K. Minoshima, T. Nagatsuma, and T. Araki, Opt.Express **17**, 17034-17043 (2009).
- [5]D-S. Yee, Y. Jang, Y. Kim, and D.-C. Seo, Opt. Lett. **35**, 2532-2534 (2010)
- [6]H. R. Telle, B. Lipphardt, and J. Stenger, Appl. Phys. B **74**, 1-6 (2002).