

# Short temporal coherence digital holography with a femtosecond frequency comb laser for multi-level optical sectioning

## 1. イントロダクション

一般にデジタルホログラフィ(DH)の光源は高コヒーレント光が用いられる。なぜなら、ホログラフィは物体光と参照光の干渉を記録するため、可干渉性の高い光源が必要とされるためである。高コヒーレンス光源の場合、物体光と参照光の光路差が数十 cm 程度でも干渉縞の記録が可能である。しかし、場合によっては低コヒーレンス光源を用いることもある。低コヒーレンス光源の場合、物体光と参照光の光路差は数 $\mu\text{m}$ のときのみ干渉縞が得られる。したがって、特定の断面を撮影したい場合などには低コヒーレンス光源が用いられる。

従来の低コヒーレンス DH では 1 枚のホログラムから 1 つの再生像しか得ることができなかった。この論文では、低コヒーレンス光源の代わりにフェムト秒周波数レーザー (FC-レーザー) を使用することで、1 枚のホログラムから複数の再生像を得る方法を提案している。

## 2. デジタルホログラフィ

デジタルホログラフィとは物体からの光波の情報を記録し、計算機で 3 次元情報を再生する技術である。ホログラフィの基本原則として記録と再生がある。

物体光を  $U_o(x, y)$ 、参照光を  $U_r(x, y)$  とすると、

$$U_o(x, y) = a_o(x, y) \exp[i\phi_o(x, y)] \quad (2.1)$$

$$U_r(x, y) = a_r(x, y) \exp[i\phi_r(x, y)] \quad (2.2)$$

のように振幅  $a_o(x, y)$ 、 $a_r(x, y)$  および位相  $\phi_o(x, y)$ 、 $\phi_r(x, y)$  で表すことができる。イメージセンサー上に記録される干渉縞  $I(x, y)$  は、

$$\begin{aligned} I(x, y) &= |U_o(x, y) + U_r(x, y)|^2 \\ &= a_o^2(x, y) + a_r^2(x, y) + 2a_o(x, y)a_r(x, y) \cos(\phi_o(x, y) - \phi_r(x, y)) \end{aligned} \quad (2.3)$$

と表される。

(2.3) 式の第 1 項は物体光の強度、第 2 項は参照光の強度を表しており、第 3 項が干渉縞の強度を表している。これより、干渉縞に振幅と位相が含まれることがわかる。

次に再生について説明する。再生とは計算機で光波逆伝搬計算を行うことである。伝搬元の波面を  $g(x, y)$ 、伝搬先の波面を  $u(x, y)$ 、距離を  $z$  とするとフレネル回折より、

$$u(x, y) = \iint g(\xi, \eta) \exp\left\{i \frac{\pi}{\lambda z} [(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2]\right\} d\xi d\eta \quad (2.4)$$

ここで、(2.4) 式はコンボリューション積分であることにより、

$$u(x, y) = g(x, y) * \exp\left[i \frac{\pi}{\lambda z} (x^2 + y^2)\right] \quad (2.5)$$

と表せる。したがって、フレネル回折をうけて波動が距離  $z$  だけ伝搬することは、

$$h(x, y) = \exp\left[i \frac{\pi}{\lambda z} (x^2 + y^2)\right] \quad (2.6)$$

の応答関数をもつ線形システムに通したと考えることができる。これにより伝搬先の波面を計算で再生することができる。

2. フェムト秒レーザーと低コヒーレンス光との違い

低コヒーレンス光とは、発光ダイオードのような多色光のことであり、単色光と比較するとコヒーレンス長が短い(図1)。コヒーレンス長は、干渉縞を得ることができる最大の光路長のことである。つまり、低コヒーレンス光は2つの光の光路差がわずかな場合にのみ干渉する。したがって、この光を干渉計に用いると、ある特定の断面画像を得ることができる(図2)。

これに対して、フェムト秒レーザー(FC-レーザー)は、図3に示すように、同じ形をしたパルスが繰り返し周波数ごとに出射される。つまり、低コヒーレンス光では、特定の1つの面でしか干渉しなかったが、FC-レーザーを用いると、パルスが重なったところで干渉が起こるため、複数の断面画像を得ることができる。

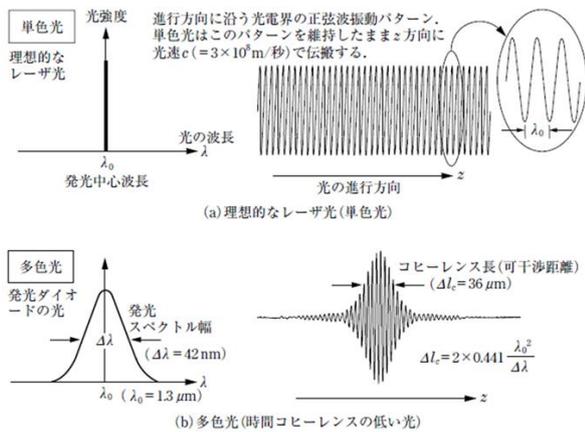


図1 低コヒーレンス光

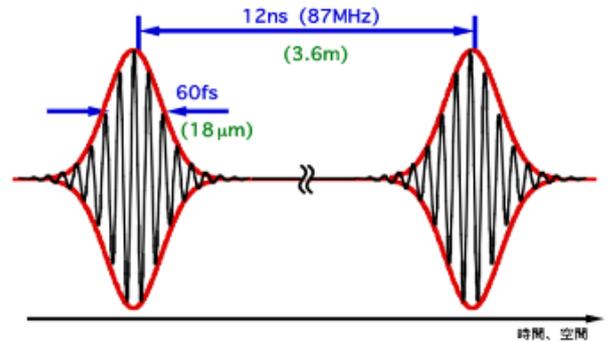


図3 フェムト秒レーザー

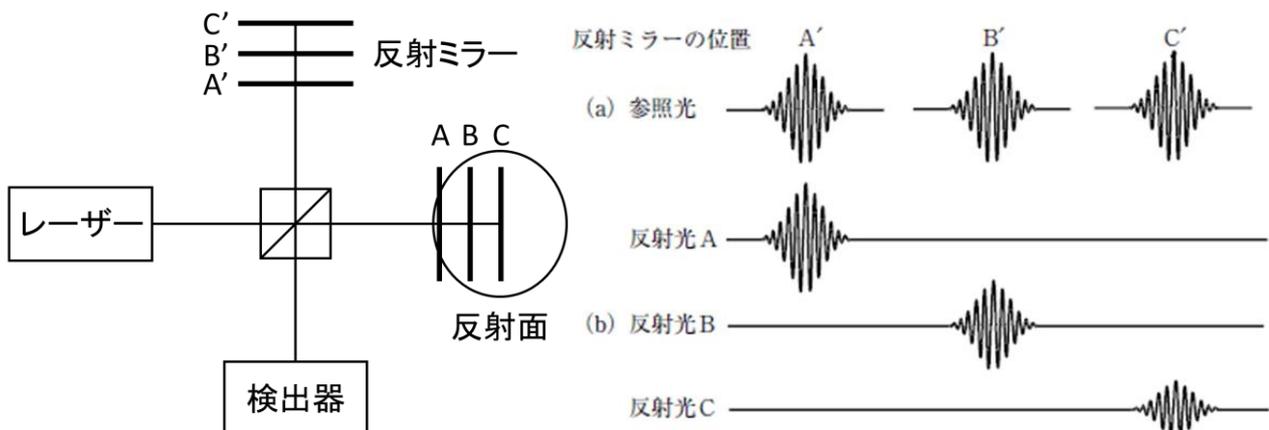


図2 低コヒーレンス光を用いた干渉計

4. セットアップ

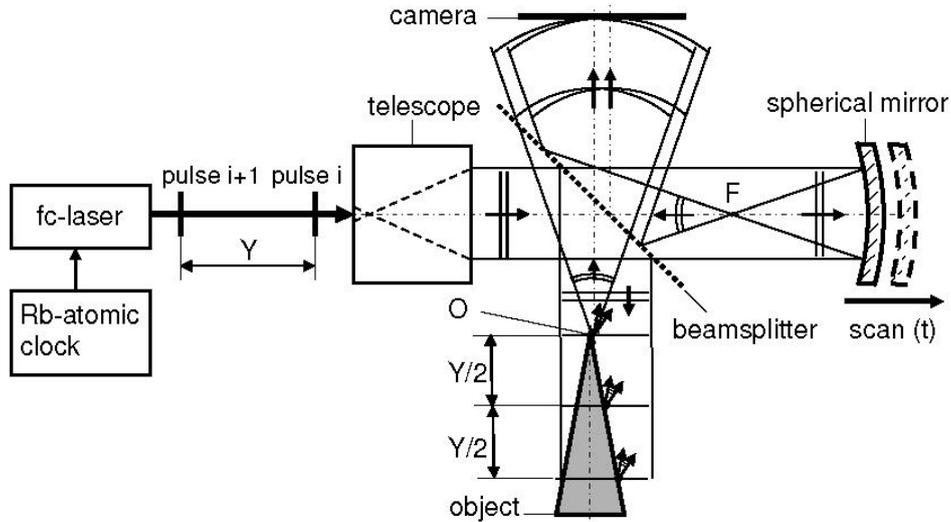


図4 ルビジウム原子時計を基準とした 532 nm の FC-レーザーを用いたデジタルホログラフィ[1]のセットアップ。

拡大したレーザーをビームスプリッタで 2 つに分ける。一方は物体に向けられ物体光となり、もう一方はミラーで反射し参照波となる。物体光と参照光はビームスプリッタで再結合され、その重ね合わせによってできる干渉縞を CCD カメラに記録する。式で表すと以下のようなになる。

$$I(Q) = I_r(Q) + 2 \int_{A,A'} \sqrt{I(P,Q)} \sqrt{I(P',Q)} \operatorname{Re}\{\gamma[(d_{SPQ} - d_{SP'Q})/c]\} dA dA' + 2\sqrt{I_r(Q)} \int_A \sqrt{I(P,Q)} \operatorname{Re}\{\gamma[(d_{SRQ} - d_{SPQ})/c]\} dA \quad (1)$$

ここで、P 及び Q はそれぞれ物体面と CCD 面上の点である。 $I_r(Q)$  は Q での参照光の強度を示す。第 2 項は、対象物上の異なる点 P と P' からくる光の相互相関による干渉を表している。 $d_{SPQ} - d_{SP'Q}$  は P と P' で反射された 2 つのビームの光源からカメラまでの光路差である。 $\operatorname{Re}\{\gamma\}$  は複素コヒーレンス度  $\gamma$  の実部で、 $dA$  および  $dA'$  はそれぞれ P と P' 上の微小面積である。第 3 項は、物体光と参照光との干渉を表す。 $d_{SRQ}$  は光源から CCD までの参照光の光路長であり、 $d_{SPQ}$  は点 P で反射された物体光の光路長である。(1) 式の右辺第 1 項と第 2 項は物体光と参照光の干渉が含まれていない。したがって、ホログラフィの再構成には関係ない。第 3 項の複素コヒーレンス度の実部は次のように書ける[2]。

$$\operatorname{Re}\{\gamma(\tau)\} = |\gamma(\tau)| \cos\{\alpha(\tau) - 2\pi(d_{SRQ} - d_{SPQ})/\lambda_0\} \quad (2)$$

ここで、 $\tau = (d_{SRQ} - d_{SPQ})/c$ 、 $|\gamma(\tau)|$  は干渉縞のコントラストを表し、 $2\pi(d_{SRQ} - d_{SPQ})/\lambda_0$  は光路差による位相を表し、 $\lambda_0$  は平均波長を表す。周波数コム光源の時間的コヒーレンス度  $|\gamma(\tau)|$  は、スペクトル  $S(\nu)$  をフーリエ変換することで決定できる[3]。

$$|\gamma(\tau)| \propto |FT\{S(\nu)\}| = \left| FT\{E(\nu - \nu_0)\} \otimes \sum_{n=-N}^N \delta\left(\tau - \frac{n}{\Delta\nu_{fc}}\right) \right| \quad (3)$$

(3)式において、 $FT$ と $\otimes$ はそれぞれ、フーリエ変換と畳み込み演算を表す。 $E(\nu - \nu_0)$ はスペクトル帯域幅 $\Delta\nu$ のエンベロープである。 $\nu_0 = c/\lambda_0$ 、および $\Delta\nu_{fc}$ はそれぞれ中心周波数とレーザー光源の周波数コム間隔である。 $|\gamma(\tau)|$ は周期関数で、 $1/\Delta\nu_{fc}$ ごとにピークが存在し、パルス間では $|\gamma(\tau)|=0$ となる。周波数コムのピーク幅( $1/\Delta\nu$ )は、パルス間隔( $1/\Delta\nu_{fc}$ )に比べて非常に小さい。物体光と参照光の光路差( $d_{SRQ} - d_{SPQ}$ )が $nY$ に等しい場合のみ干渉を得ることができる。ここで、 $n$ は整数であり、 $Y = c/\Delta\nu_{fc}$ は空間パルス間隔である(図4参照)。位相項 $2\pi(d_{SRQ} - d_{SPQ})/\lambda_0$ により記載された干渉は、光路が一致するとき(低コヒーレンス DH のように)だけでなく、光路差が $nY$ に等しいときも現れる。これは FC-レーザーを用いて、1枚のホログラムから対象物の軸方向に $nY/2$ だけ離れた別の面を再構成することができることを意味する。1パルスの時間的コヒーレンス長は、 $c/\Delta\nu \approx 30\mu\text{m}$ 程度であり、再構成される部分の深さを決める。参照光の光路長 $d_{SRQ}$ を変更することにより、(これは球面ミラーをシフトすることによって行うことができる)再構成する面を選択することができる。移動鏡は軸方向の走査のためだけでなく、物体光の波面の位相を得るために必要な位相シフト法を用いるためにも使われている。

### 5. 実験結果

実験に用いたレーザーは、 $250 \pm 1\text{MHz}$ の繰り返し周波数で中心波長が $1064\text{nm}$ のフェムト秒 Yb ドープファイバレーザーである。コムの繰り返し周波数と周波数オフセットは $10^{11}/5$ の精度のルビジウム原子時計によって固定されている。また、ファブリペローキャビティ(FPC)を使用するとレーザーの繰り返し周波数を  $m$  倍できる[4]。FPC とは、2枚の鏡の間にレーザーを閉じ込めて共振させる装置(図5)で、その共振条件は、

$$\nu = \frac{c}{2L} \quad (4.1)$$

である。ここで、 $\nu$ は共振周波数、 $L$ は共振器長、 $c$ は光速である。共振状態では、共振周波数で透過率がピークになり、一定間隔で縦モードが現れる。この間隔を自由スペクトル間隔(FSR)と言う。つまり、FPCの共振器長を変えることで繰り返し周波数を変えることができる(図6)。この実験では、共振器長を $25\text{mm}$ にして、繰り返し周波数を $\Delta\nu_{fc}=5.994\text{GHz}$ ( $Y = 50.00\text{mm}$ )とした。

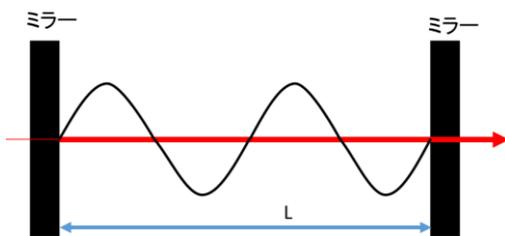


図5 ファブリペロー共振器の原理

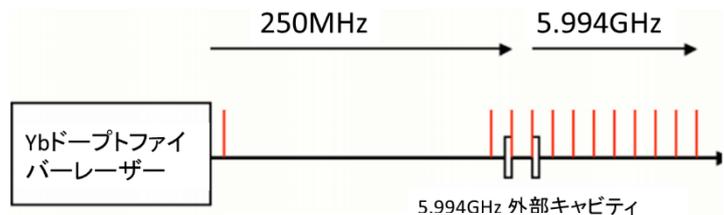


図6 周波数通倍の原理

Yb ドープファイバ増幅器における増幅及び LBO 結晶での周波数逡倍後に得られたレーザーの仕様は、パルス持続時間 100 fs、 $\lambda_0=532\text{nm}$ 、出力電力は 50mW、 $\Delta\nu=10\text{THz}$ ( $\Delta\lambda \approx 10\text{ nm}$ )であった。

実験に使用した対象物は、半角が  $12^\circ$  で、高さが 80mm、底面の直径が 36mm の金属コーンである (図 7(a))。

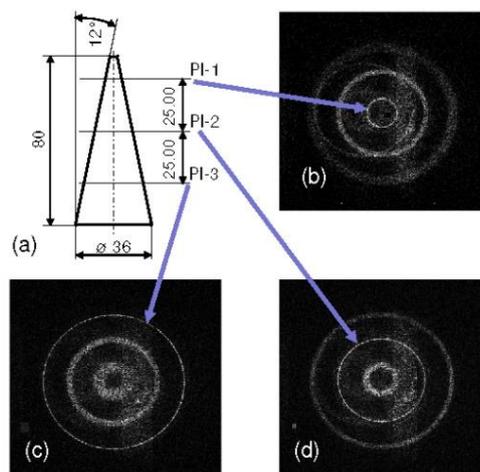


図 7 a)実験に使用された金属コーンの概略図 b)、c)、d)25.00mm で区切られた 3 つの異なる平面におけるホログラムの再構成結果

イメージセンサーは、 $4896 \times 3280$  ピクセルの CCD カメラ(SVS16000)で、ピクセルサイズ( $\Delta \times \Delta$ )が  $7.4 \times 7.4 \mu\text{m}^2$  のものを使用した。エイリアシングのない再構成は、サンプリング定理が満たされる場合のみ可能で、これはホログラムの内部に少なくとも  $1/(2\Delta)$  の帯域の強度分布が必要である。センサ上のスペックルサイズが画素サイズ  $\Delta$  と等しい、またはそれよりも大きい場合にこの条件が満たされる。実験ではセンサと対象物との距離は  $z = 500\text{ mm}$  で、被照射面の直径は  $D=36\text{ mm}$  であった。したがって、スペックルサイズはピクセルサイズと等しい( $\lambda_0 z/D = 7.4 \mu\text{m} = \Delta$ )。参照光はセンサから約 500mm 離れた点 F からでる。したがって、物体光と参照光との干渉で得た縞は  $2\Delta$  より大きい周期を持つ。よって、エイリアシングなしでの再構成のためのすべての条件が満たされている。手順をスピードアップするために  $3000 \times 3000$  ピクセルで記録された、検出領域  $L \times L = 22 \times 22 \text{ mm}^2$  のホログラムのみを評価した。横方向の分解能と深さ方向の分解能はそれぞれ、 $RL = \lambda_0/NA = 12 \mu\text{m}$ 、 $DF = \lambda_0/NA^2 = 274 \mu\text{m}$  で与えられる。ここで、開口数  $NA=L/z=0.044$  で近似することができる。

図 7(b)、図 7(c)、図 7(d)はそれぞれ、 $Y/2=25.00\text{ mm}$  で区切られた 3 つの異なる平面において数値再構成して得られた再生像である。図 7(b)において、中心に平面 (これを PL-1 とする) と円錐の交差部分に対応した小さいリングが見える。同図において、PL-1 に対して軸方向に 25.00mm と 50.00mm だけ離れた 2 面(PL-2、PL-3)と対象物の交点に他の 2 つの大きなリングがある。このように 3 つのリングが表示されるのは、周波数コムを使用しているためである。この場合、 $|\gamma(\tau)|$  は空間的に  $Y = 50\text{ mm}$  で区切られたピークを示す周期関数 ((3)式を参照) であり、ピーク間は  $|\gamma(\tau)|=0$  である。(2)式によると、この  $|\gamma(\tau)|$  は光路差( $d_{SRQ} - d_{SPQ}$ )が  $nY$  に等しい場合のみ、物体光と参照光との干渉を得ることが可能で、ホログラムを処理することによって、軸方向に  $Y/2$  離れた面を再構成することができる。図 7(b)において、異なる平面

に位置する像は鋭い形状で再構成することができないので、PL-2、PL-3 と円錐との交差線はぼやけている。図 7(c)および図 7(d)は、ホログラムを PL-3、PL-2 の位置で再構成することでシャープな輪郭線を得ることができている。

再生像のなかには3つのリングと一緒にいくつかの不要なリングが表示されている。(特に図 7(b)においては、中央に対してずれた不要なリングもある。) このようなアーチファクトはビームスプリッタやカメラの保護ガラス内部の反射によるものであり、反射防止コーティングで除去することができる。

実験より、軸方向の複数の平面における再構成は、FC-レーザーでのみ得ることができ、図 7は明らかにこのような光源を使用することの利点を示している。ただし、対象物の3次元像を得るためには走査が必要である。参照光の光路長は参照ミラーをシフトすることによって変化できる。

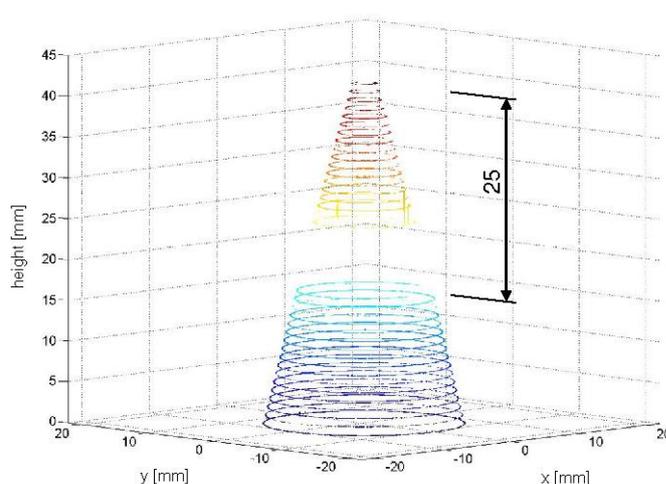


図 8 半角  $12^\circ$  の金属円錐の一部の数値再構成結果

図 8 は参照ミラーを移動させることによって記録された、1mm 間隔の 17 個のホログラムから得られた対象物の 3 次元形状である。17 個のホログラムの各々は、少なくとも 2 つの輪郭線 (あるいは 3 つ) が含まれており、評価には 2 つの輪郭線を使用した。移動ステージの範囲制限 (17mm が最大変位量) により、17mm から 25mm の間のデータは欠落している。再構成されたホログラムの輪郭線の識別には、しきい値フィルタを使用している。軸方向の分解能は走査によって決まる。したがって、精度を向上させるためにはより多くのホログラムが必要とされる。

## 5. まとめ

FC-レーザーを用いた DH では、同時に複数の断面像を得ることができる。これは他の方法では得ることができない。これにより測定時間は係数  $k$  だけ短縮することができる。 $k$  は 1 つのホログラムから再構成される断面の数である。

今後数年間で、1THz の範囲でより大きな周波数間隔  $\Delta\nu_{FC}$  を持つ微小共振器[5,6]に基づいた FC-レーザーの可用性が期待される。この場合、再構成部分の距離 ( $Y/2$ ) は  $100\mu\text{m}$  の範囲にすることができる。これは、工業用の光学切片法や顕微鏡での生物学的応用に使用できるようになる。

また、FPC を調整することで周波数間隔を変更することができるので、これを応用すれば参照ミラーでのスキャンを回避することができる。さらに、強力な周波数コムレーザー[7]を用いることにより、多断層光学切片法は検出器から遠く離れた位置にあるより大きな物体に用いることができる（航空機、建造物や発電プラント機器）。

#### 参考文献

- [1]. K. Körner, G. Pedrini, C. Pruss, and W. Osten, German patent application 10 2011 016 660 (to be published).
- [2]. M. Born and E. Wolf, *Principles of Optics*, 7th ed. (Cambridge University Press, 2011), Chap. 10.
- [3]. D. Wei, S. Takahashi, K. Takamasu, H. Matsumoto, “Analysis of the temporal coherence function of a femtosecond optical frequency comb,” *Opt. Express* **17**(9), 7011–7018 (2009).
- [4]. T. Wilken, C. Lovis, A. Manescau, T. Steinmetz, L. Pasquini, G. Lo Curto, T. W. Hänsch, R. Holzwarth, and T. Udem, “High-precision calibration of spectrographs,” *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **405**(1), L16–L20 (2010).
- [5]. P. Del’Haye, A. Schliesser, O. Arcizet, T. Wilken, R. Holzwarth, and T. J. Kippenberg, “Optical frequency comb generation from a monolithic microresonator,” *Nature* **450**(7173), 1214–1217 (2007).
- [6]. T. J. Kippenberg, R. Holzwarth, and S. A. Diddams, “Microresonator-based optical frequency combs,” *Science* **332**(6029), 555–559 (2011).
- [7]. T. Steinmetz, T. Wilken, C. Araujo-Hauck, R. Holzwarth, T. W. Hänsch, L. Pasquini, A. Manescau, S. D’Odorico, M. T. Murphy, T. Kentischer, W. Schmidt, and T. Udem, “Laser frequency combs for astronomical observations,” *Science* **321**(5894), 1335–1337 (2008).