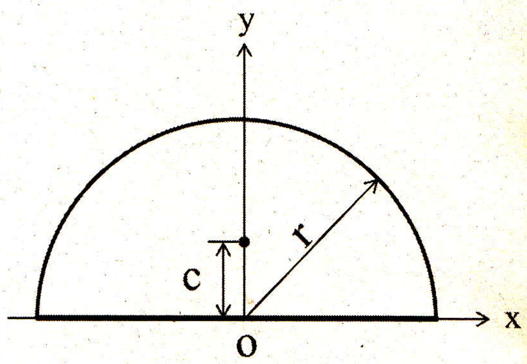
科目	材料力学

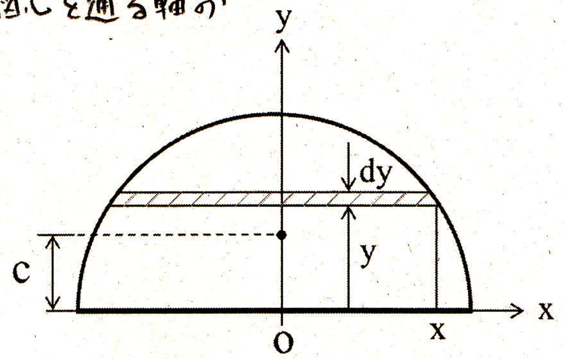
名前＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿



図のような半径 r の半円形断面について、以下の問いに答えよ。

1. 図心の位置 c を求めよ
2. 断面二次モーメント I_x を求めよ

図心を通る軸の



$x = \sqrt{r^2 - y^2}$, $dA = 2\sqrt{r^2-y^2}\,dy$ より、

$$\int_A y\,dA = 2\int_A y\sqrt{r^2-y^2}\,dy = 2\int_0^r y\sqrt{r^2-y^2}\,dy = 2\left[-\frac{1}{3}(r^2-y^2)^{\frac{3}{2}}\right]_0^r = \frac{2r^3}{3}$$

図心は、断面一次モーメントを全面積で割ればいいので、

$$c = \frac{\int_A y\,dA}{\int_A dA} = \frac{\frac{2r^3}{3}}{\frac{\pi r^2}{2}} = \frac{4r}{3\pi} \quad //$$

x 軸に関する断面 2 次モーメントは、

$$I_0 = \int_A y^2\,dA = 2\int_0^r y^2\sqrt{r^2-y^2}\,dy = 2\times\frac{1}{8}\left[-2y(r^2-y^2)^{\frac{3}{2}} + r^2 y\sqrt{r^2-y^2} + r^4\sin^{-1}\frac{y}{r}\right]_0^r$$

$$= \frac{1}{4}\left[r^4\sin^{-1}\frac{y}{r}\right]_0^r = \frac{1}{4}\times\frac{\pi r^4}{2} = \frac{\pi r^4}{8}$$

$I_0 = I_x + Ac^2$（平行軸の定理）から、図心を通る軸に関する断面 2 次モーメントは、

$$I_x = I_0 - Ac^2 = \frac{\pi r^4}{8} - \frac{\pi r^2}{2}\times\frac{16r^2}{9\pi^2} = \left(\frac{\pi}{8} - \frac{8}{9\pi}\right)r^4 \quad //$$

積分公式

$$\int x\sqrt{a^2-x^2}\,dx = -\frac{1}{3}(a^2-x^2)^{\frac{3}{2}}$$

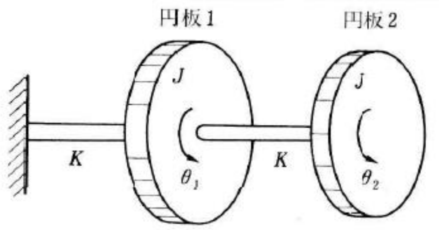
$$\int x^2\sqrt{a^2-x^2}\,dx = \frac{1}{8}\left(-2x(a^2-x^2)^{\frac{3}{2}} + a^2x\sqrt{a^2-x^2} + a^4\sin^{-1}\frac{x}{a}\right)$$

採点	

科目	機力

名前 解答

(1)図示されたねじり振動系の場合について，(a)固有円振動数および(b)振幅比から振動モード(図示)を求めよ．



（解） 円板 1 と 2 の質量慣性モーメントが J，ねじり角を θ_1, θ_2，軸のねじり剛さを K とすると運動方程式は，

$$\left.\begin{aligned} J\ddot{\theta}_1 &= -K\theta_1 + K(\theta_2-\theta_1) \\ J\ddot{\theta}_2 &= -K(\theta_2-\theta_1) \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

両辺を J で割り $K/J=\omega_t{}^2$ とおくと，

$$\left.\begin{aligned} \ddot{\theta}_1 + \omega_t{}^2(2\theta_1-\theta_2) &= 0 \\ \ddot{\theta}_2 + \omega_t{}^2(\theta_2-\theta_1) &= 0 \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

この解を，

$$\theta_1=\Theta_1\sin(\omega t+\phi),\ \theta_2=\Theta_2\sin(\omega t+\phi)$$

とおき，式（2）に代入すると，

$$\left.\begin{aligned} (-\omega^2+2\omega_t{}^2)\Theta_1-\omega_t{}^2\Theta_2 &= 0 \\ -\omega_t{}^2\Theta_1+(-\omega^2+\omega_t{}^2)\Theta_2 &= 0 \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

これより振動数方程式を求めれば，

$$\omega^4-3\omega_t{}^2\omega^2+\omega_t{}^4=0 \qquad (4)$$

$\omega_{n1}{}^2, \omega_{n2}{}^2$ はそれぞれ，

$$\omega_{n1}{}^2, \omega_{n2}{}^2=(3\mp\sqrt{5})/2\cdot\omega_t{}^2 \qquad (5)$$

振幅比はそれぞれ，

$$\left.\begin{aligned}\frac{\Theta_{21}}{\Theta_{11}}&=\frac{-\omega_{n1}{}^2+2\,\omega_t{}^2}{\omega_t{}^2}=\frac{1+\sqrt{5}}{2}=1.62=\kappa_1\\ \frac{\Theta_{22}}{\Theta_{12}}&=\frac{-\omega_{n2}{}^2+2\,\omega_t{}^2}{\omega_t{}^2}=\frac{1-\sqrt{5}}{2}=-0.62=\kappa_2\end{aligned}\right\}\qquad(6)$$

となり図 3.5 のようなねじり振動モードをもつ．

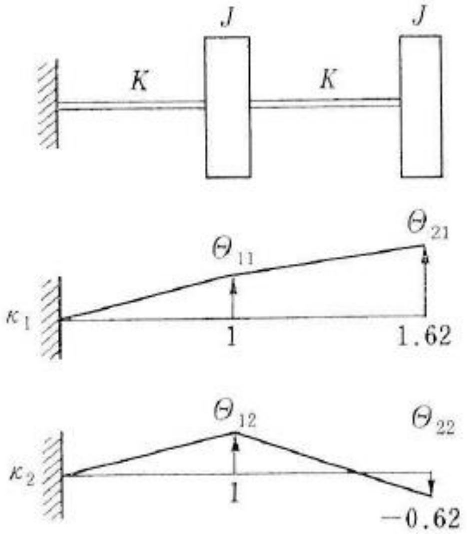


図 3.5　ねじり振動モード

(2)文中の空所に当てはまる語句を埋めよ．ただし，各空所には異なる語句が入る．2 箇所以上同じ語句を入れた場合は不正解とする．

周期的な励振力が振動系に加わったとき，系がその励振力の振動数と同一の振動数で振動する場合を(　①　)という．この場合，その振動数が径の質量合成の大きさによって決まる振動数((　②　)という)に近づくと大きく振動する(　③　)が発生する．

外部から力が加わらず系が初期にもっているエネルギのみによって生じる振動は，系の(②)で振動するが，どのような系でも多少の減衰が存在し，しばらくすると停止する．これを(　④　)という．

通常，単独ではなく(①)と(④)の両方が存在するが，時間がたてば減衰の影響により(①)のみが残る．この状態を(　⑤　)という．

特異な振動の例として，航空機の翼のフラッタ，バイオリンの弦の振動，風による窓のブラインド板の振動など，あたかも振動とは無関係であるような現象によって振動が生じる現象を(　⑥　)という．

①	強制振動	②	固有振動数
③	共振現象	④	自由振動
⑤	過渡振動	⑥	自励振動

採点	

平成 26 年度　安井研模試　　　　　　　　　　　　　　　担当：小川

科目	熱力学

名前＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

問題

1. 比重 0.8 の油をある容器に 3m の高さになるまで注いだ。このとき、容器の底に及ぼす圧力（ゲージ圧）を求めよ。

~~20~~ 20

水の密度 $= 10^3\ kg/m^3$ より　油の密度 $\rho = 0.8 \times 10^3\ kg/m^3$

ゲージ圧 $P = \rho g h = 0.8 \times 10^3 \times 9.8 \times 3 = 23.52$ [kPa]

2. 0.6kW の電気ポットに 13℃の水 0.7L を入れるとき、沸騰開始するまでの時間を求めよ。ただし、電気ポットの入力のうち 75%が有効に使用されるものとし、水の比熱を c = 4.19kJ/(kg・K)とする。

~~15~~ 10

沸騰するまでの時間を dt [s] とすると、$Q = mc\Delta T$ より

$0.6 \times 0.75 \times dt = 0.7 \times 4.19 \times (100-13)$

$dt = 567$ [s]

$1L = 10^{-3}\ m^3$ なので $0.7L = 0.7 \times 10^{-3} m^3$

$m = 10^{-3} [m^3] \times 10^3 [kg/m^3] = 0.7 [kg]$

0.7

水の密度

3. 高さ 150m の滝がある。その流下エネルギーがすべて熱に変えられ、外部に対して熱損失のない場合の水温の上昇を求めよ。

10

$\begin{cases} Q = mgh \\ Q = mc\Delta T \end{cases}$　　$mgh = mc\Delta T$　　$\Delta T = \dfrac{mgh}{mc} = \dfrac{9.8 \times 150}{4.19 \times 10^3} = 0.351$ [K] or [℃]

4. 毎時 1000 トンの水を高さ 200m の所まであげるのに必要な動力を求めよ。ただし、損失は無視する。

10

$10^6 [kg/h] = \dfrac{10^6}{3600} [kg/s]$　　$mgh = \dfrac{10^6}{3600} \times 9.8 \times 200 = 544$ [kW]

5. 圧力 5MPa，温度 300℃の蒸気の比エンタルピーは 2925.5kJ/kg，比体積は 0.04530m³/kg である。この蒸気の比内部エネルギーを求めよ。

10

$h = u + pv$　より

$u = h - pv = 2925.5 - 5 \times 10^3 \times 0.04530 = 2699$ [kJ/kg]

6. ある容器中の気体が、状態 1（圧力 P_1=2.5MPa，体積 V_1=2.0m³）から状態 2（V_2=6.0m³）まで準静的に変化するものとする。この変化が次の(a)～(c)それぞれの経路を経て行われる場合に、この系が行う仕事をそれぞれ求めよ。

10×3

(a) P = 一定，(b) PV = 一定，(c) P = 3.0/V +1.0

$W = \int_1^2 p\,dv$

(a)
$W = P_1 \int_1^2 dv$
$= P_1(V_2 - V_1) = 2.5 \times 10^3 (6-2) = 10$ mJ

(b) $PV = P_1V_1$
$P = \dfrac{P_1V_1}{V}$
$W = \int_1^2 \dfrac{P_1V_1}{V} dv$
$= P_1V_1 \log_e \dfrac{V_2}{V_1}$
$= 5.49$ [mJ]

(c) $W = \int_1^2 \left(\frac{3}{v} + 1\right) dv$
$= 3 \log \left|\frac{V_2}{V_1}\right| + (V_2 - V_1)$
$= 7.30$ [mJ]

7. 断面積 0.3m² のピストン上に 1.5 トンのおもりがのせられている。大気圧が 100kPa で、シリンダ内の流体に 50kJ の熱が加えられたとき、内部エネルギーが 30kJ だけ増加した。このときのピストンの上昇距離を求めよ。

10

$dw = 50 - 30 = 20$ [kJ]

$dw = Pdv = \left(P_0 + \frac{mg}{A}\right) A \cdot h$

$h = \dfrac{dw}{\left(P_0 + \frac{mg}{A}\right)A} = \dfrac{20 \times 10^3}{\left(100 \times 10^3 + \frac{1.5 \times 10^3 \times 9.8}{0.3}\right) 0.3} = 0.447$ m

平均

採点	39

平成 26 年度　第 3 回大学院入学試験対策模試　　担当：小倉

科目	流体力学

名前　解答例

(1) 全長 L=120m，内径 d=0.1m の管により，H_1=100m の貯水池から，高さ H_2=50m の出口まで水を流す．出口速度 u および，流量 Q を求めよ．ただし，損失は管摩擦係数によるもののみとし，管摩擦係数 λ=0.025 とする．

(2) ポンプを用いて，流量 Q=1.2[m^3/min]の水を高さ H_2 から H_1 へ送りたい．ポンプを駆動するのに要する動力を求めよ．ただし，ポンプ効率=0.85 とし，管の全長・内径・損失は(1)と同じ条件とする．

(1) 貯水池と管出口でベルヌ―イの式を立てる

$$\frac{u_1^2}{2}+\frac{P_1}{\rho}+gH_1=\frac{u_2^2}{2}+\frac{P_2}{\rho}+gH_2+\lambda\frac{L}{d}\frac{u_2^2}{2}$$

$u_1=0$，$P_1=P_2=0$，を用いてu_2についてまとめると，

$$u_2=\sqrt{\frac{2g(H_1-H_2)}{1+\lambda\frac{L}{d}}}=5.62[m/s]$$

また，連続の式$\mathrm{Q}=\mathrm{Au}$より，

$$\mathrm{Q}=\mathrm{Au}=\frac{\pi}{4}d^2u_2=4.41\times10^{-2}[m^3/s]$$

(2) 連続の式より，

$$u=\frac{Q}{A}=2.55[m/s]$$

ポンプ動力を含めたベルヌーイの式を立てると，

$$\frac{u_1^2}{2}+\frac{P_1}{\rho}+gH_1+\lambda\frac{L}{d}\frac{u}{2}=\frac{u_2^2}{2}+\frac{P_2}{\rho}+gH_2+\eta\frac{L}{\rho Q}$$

したがって，ポンプ動力 L は

$$\mathrm{L}=\frac{\rho Q}{\eta}\left(g(H_1-H_2)+\lambda\frac{L}{d}\frac{u_2^2}{2}\right)=13.8[\mathrm{kW}]$$

採点	

平成２６年度　安井研模試　　　　　　　　　　　　　　　　　　担当：長谷

科目	自動制御理論

名前　解答例

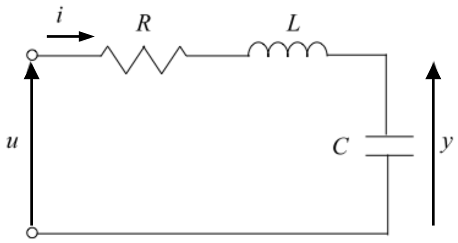
(1) 次に示す微分方程式に対する伝達関数 $P(s) = X(s)/U(s)$ を計算せよ．

$$(a)\ \dot{x} = ax + bu \qquad (b)\ \ddot{x} + 2\zeta\omega_n\dot{x} + \omega_n^2 x = \omega_n^2 u \qquad (c)\ \ddot{x} - \alpha x = \dot{u} + bu$$

(2) 次に示す伝達関数をもつシステムに (a) 単位ランプ入力, (b) 単位インパルス入力を与えたときの応答を計算せよ．

$$\frac{1}{(s+1)^2(s+2)}$$

(3) 下図に示す電気回路において, $u(t)$ を入力電圧とした時のコンデンサ端の電圧 (出力電圧) を $y(t)$ とする．初期条件を 0 として，入力から出力の伝達関数を求めよ



(1)

(a) $\dot{x} = ax + bu$

両辺をラプラス変換すると $sX(x) - x(0) = aX(s) + bU(s)$。ここで，初期条件 $x(0)$ を 0 として $X(s)$ についてまとめると

$$X(s) = \frac{b}{s-a}U(s)$$

を得る。したがって，伝達関数は $P(s) = b/(s-a)$。

(b) $\ddot{x} + 2\zeta\omega_n\dot{x} + \omega_n^2 x = \omega_n^2 u$

初期条件をすべて 0 として上式をラプラス変換すると

$$s^2X(s) + 2\zeta\omega_n sX(s) + \omega_n^2 X(s) = \omega_n^2 U$$

したがって，伝達関数 $P(s)$ は

$$P(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

となる。

(c) $\ddot{x} - \alpha x = \dot{u} + bu$

これまで同様に行うことで，伝達関数 $P(s)$ は次式となる。

$$P(s) = \frac{s+b}{s^2-\alpha}$$

10×3 = 30

(2)

(a) 単位ランプ入力

単位ランプ入力をラプラス変換すると $R(s) = 1/s^2$ であるので，これに対する応答は

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{(s+1)^2(s+2)} \cdot \frac{1}{s^2}\right]$$

で与えられる。部分分数展開の公式を利用すると

$$\frac{1}{(s+1)^2(s+2)} \cdot \frac{1}{s^2} = \frac{1}{(s+1)^2} + \frac{1}{s+1} + \frac{1}{4(s+2)} + \frac{1}{2s^2} - \frac{5}{4s}$$

となるので，これを逆ラプラス変換することにより

$$y = te^{-t} + e^{-t} + \frac{1}{4}e^{-2t} + \frac{1}{2}t - \frac{5}{4}$$

(b) 単位インパルス入力

同様に解くと，

$$y = -e^{-t} + te^{-t} + e^{-2t}$$

15×2 = 30

(3)

次式が成り立つ

$$LC\frac{d^2y(t)}{dt} + RC\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = u(t)$$

20

ラプラス変換より（すべての初期値 0),

$$LCs^2Y(s) + RCsY(s) + Y(s) = U(s)$$

$$(LCs^2 + RCs + 1)Y(s) = U(s)$$

よって伝達関数 G(s)は,

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{LCs^2RCs+1}$$

20

採点	100

平成 26 年度　安井研模試　　　　　　　　　　　　　　　　　　担当：林

科目	生産加工

名前＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

１．以下の文章の（a)~()）内に適当な語を入れて，正しい文章にしなさい．[5 点×7]

一般に，切削抵抗は（a)，(b)，(c)の 3 成分に分解でき，このうち（c)は切削動力に影響しない．

切削工具の損傷形態は，突発的に生じる（d)と漸進的な（e)とに大別できる．後者はさらにそれが発生する場所によって区別され，すくい面に生じるものを（f)と呼び，逃げ面に生じるものを（g)と呼ぶ．

２．研削と石の性能を決めるのに必要な 5 因子を書きなさい．[3 点×5]

３．被削性とは何か，また評価できる項目を 4 つ挙げなさい．[4 点×5]

４．切り込みおよび送り一定で切削する時，工具寿命方程式が

$$VT^{0.16} = 405 \qquad \text{V[m/min]},\ \text{T[min]}$$

で表せるとき，1 日 8 時間連続運転を行い，最低 2 日間は工具交換しなくて済む最大の切削速度を求めよ．ただし実際に切削している時間は運転している時間の 75%である．[30 点]

１．(a)主分力　(b)送り分力　(c)背分力　(d)欠損 or 破損　(e)摩耗
　(f)クレータ摩耗　(g)フランク摩耗

２．砥粒，粒度，結合剤，結合度，組織

３．被削性とは，金属材料の削りやすさをあらわすもの．
　工具寿命の長短，切削抵抗の大小，切削仕上げ面の良否，切りくず処理の難易

４．2 日間の切削時間は，

$$2 \times 8 \times 60 \times 0.75 = 720\ \text{[min]}$$

　最大切削速度は，

$$\mathrm{V} = \frac{405}{T^{0.16}} = \frac{405}{720^{0.16}} = 141.34 \approx 141.3\ \text{[m/min]}$$

採点	